ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ
Queuing Systems
Εισαγωγή

Βασίλης Μάγκλαρης
maglaris@netmode.ntua.gr

20/2/2019

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ (1/3)

http://www.netmode.ntua.gr/main/index.php?option=com_content&task=view&id=130&Itemid=48

1. **Εισαγωγή**
   - Περιεχόμενα
   - Γενική Περιγραφή Συστημάτων Αναμονής
   - Τεχνικές Μελέτης & Αξιολόγησης Επίδοσης Συστημάτων Αναμονής
   - Μοντέλα Τηλεπικοινωνιακών & Υπολογιστικών Συστημάτων

2. **Εισαγωγή στη Θεωρία Ουρών**.
   - Χαρακτηριστικά & Παράμετροι Συστημάτων Αναμονής
   - Μήκος Ουράς, Χρόνος Καθυστέρησης
   - Νόμος Little

3. **Γνώσεις από Θεωρία Πιθανοτήτων**
   - Εκθετική Κατανομή
   - Κατανομή Poisson
   - Ιδιότητα Απώλειας Μνήμης (Markov)
   - Στοχαστικές Ανελίξεις

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ (2/3)

4. **Μοντέλο Γεννήσεων - Θανάτων (Birth - Death Processes).**

5. **Συστήματα Markov και Εξισώσεις Ισορροπίας**
   - Ανάλυση απλών ουρών M/M/1

6. **Άλλες ουρές Markov**
   - Μεταβάσεις Εξαρτώμενες από την Κατάσταση
   - Ουρές με Απώλειες (M/M/1/N)
   - Ουρές με Πολλαπλούς Εξυπηρετητές: M/M/m, M/M/m/K, M/M/m/m (Erlang – B)

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ (3/3)

7. **Προσομοίωση Απλών Συστημάτων Αναμονής**

8. **Ανοικτά και Κλειστά Δίκτυα Ουρών**

9. **Ουρές με μη Εκθετική Εξυπηρέτηση**
   - Ιδιότητα PASTA (Poisson Arrivals See Time Averages)
   - Απόδειξη Τύπου Little
   - Στοιχεία Θεωρίας Αναγεννήσεων (Renewal Theory)
   - Ενσωματωμένη Αλυσίδα Markov (Embedded Markov Chain)
   - Ανάλυση Ουράς M/G/1

10. **Παραδείγματα & Εφαρμογές**
    - Ανάλυση Υπολογιστικών Συστημάτων
    - Ανάλυση & Σχεδίαση Τηλεφωνικών Κέντρων
    - Ανάλυση Δικτύων Internet

ΜΟΝΤΕΛΑ ΣΥΜΦΟΡΗΣΗΣ (Congestion)

- Κυκλοφοριακή κίνηση
- Ουρές σε καταστήματα, ταχυδρομεία, τράπεζες
  - Πολλαπλοί εξυπηρετητές (servers)
  - Κοινή ουρά ή παράλληλες ουρές, προτεραιότητες
- Τηλεφωνικά κέντρα (πολλαπλοί εξυπηρετητές)
- Κόμβοι δικτύων τύπου Internet
- Πόροι υπολογιστικών συστημάτων (CPU, Μνήμη, Δίσκοι)

ΚΟΙΝΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ (1/2)

- **Πελάτης:** Πελάτης τράπεζας, τηλεφωνική κλήση, πακέτο δεδομένων Internet…
- Εξυπηρετητής (**server**): Ταμίας, τηλεπικοινωνιακός πόρος (γραμμή) αφιερωμένος σε τηλεφωνική κλήση ή προώθηση πακέτου…
- Τυχαία είσοδος πελατών – «γεννήσεις», μέσος ρυθμός αφίξεων: λ πελάτες/sec
- Χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών αφίξεων - τυχαία μεταβλητή a, μέσος όρος: $\mathrm{E}(a) = 1/\lambda$ sec
- Μέσος ρυθμός εξυπηρέτησης πελατών: μ πελάτες/sec
- Χρόνος εξυπηρέτησης πελάτη – τυχαία μεταβλητή s, μέσος όρος: $\mathrm{E}(s) = 1/\mu$ sec/πελάτη

ΚΟΙΝΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ (2/2)

- Ουρά αναμονής (**queue**) για εξομάλυνση στατιστικών μεταβολών και απομόνωση (**buffering**) διακυμάνσεων εισόδου – εξυπηρέτησης
- Χωρητικότητα συστήματος αποθήκευσης (**queue size**) συμπεριλαμβανομένων των πελατών υπό εξυπηρέτηση
- Αριθμός εξυπηρετητών
- Πρωτόκολλο εξυπηρέτησης: First Come First Served - **FCFS** ή First In First Out - **FIFO**, Last In First Out - **LIFO**, Processor Sharing, προτεραιότητες
- **Κατάσταση συστήματος** $n(t)$: Αριθμός πελατών στο σύστημα αναμονής (ουρά + εξυπηρέτηση) σε μια χρονική στιγμή. Χρονοσειρά - time series - ή στοχαστική ανέλιξη - stochastic process - διακριτής κατάστασης & συνεχούς χρόνου
- Δρομολόγηση από ουρά σε ουρά σε περιπτώσεις δικτύων ουρών αναμονής

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

- **Στοιχεία καθυστέρησης σε ένα σύστημα:** χρόνος επεξεργασίας, χρόνος αναμονής, χρόνος διάδοσης, χρόνος μετάδοσης
- **Δίκτυο μεταγωγής κυκλωμάτων (circuit switching):** ρυθμός αφίξεων κλήσεων, διάρκεια κλήσεων, ποσοστό απόρριψης κλήσεων
- **Δίκτυο μεταγωγής πακέτων (packet switching):** ρυθμός αφίξεων πακέτων, μέγεθος πακέτων, ποσοστό απόρριψης πακέτων, καθυστέρηση σε κόμβους του Internet
- **Υπολογιστικό σύστημα πολυεπεξεργασίας (windows):** αριθμός παράλληλων εντολών/προγραμμάτων υπό επεξεργασία, χρόνος ύπνωσης (sleeping time) ανά ενεργό παράθυρο, χρόνος αναζήτησης/ανταλλαγής δεδομένων στη μνήμη (I/O time), μέσος ρυθμός διεκπεραίωσης εντολών (ρυθμαπόδοση - throughput), χρόνος απόκρισης

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

- **Αναλυτική ή/και αριθμητική αξιολόγηση** απλοποιημένων μοντέλων συστημάτων ΤΠΕ (Τεχνολογιών Πληροφορικής & Επικοινωνιών) για προσέγγιση βασικών παραμέτρων σχεδιασμού (π.χ. χωρητικότητας γραμμών, μεγέθους buffer, τοπολογία δικτύου)
- **Προσομοίωση (simulation)** για αξιολόγηση και προσδιορισμό παραμέτρων προτεινόμενων λύσεων ώστε να ικανοποιούνται προδιαγραφές QoS (Quality of Service)

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

- **Αναλυτική ή/και αριθμητική αξιολόγηση** απλοποιημένων μοντέλων συστημάτων ΤΠΕ (Τεχνολογιών Πληροφορικής & Επικοινωνιών) για προσέγγιση βασικών παραμέτρων σχεδιασμού (π.χ. χωρητικότητας γραμμών, μεγέθους buffer, τοπολογία δικτύου)
- **Προσομοίωση (simulation)** για αξιολόγηση και προσδιορισμό παραμέτρων προτεινόμενων λύσεων ώστε να ικανοποιούνται προδιαγραφές QoS (Quality of Service) *και QoE (Quality of Experience) με οικονομία σε CAPEX (Capital Expenses) & OPEX (Operational Expenses)*
- ***Εξομοίωση (emulation)*** *με διαμόρφωση εικονικών (virtual) υποδομών και πειραματισμό κάτω από τεχνητές ακραίες συνθήκες (επιθέσεις, καταστροφές…)*
- ***Δοκιμές*** *σε αληθινά συστήματα στο εργαστήριο και ανάλυση συμπεριφοράς κάτω από τυποποιημένα ενδεικτικά σενάρια χρήσης - benchmarking*
- ***Συνεχείς μετρήσεις*** *σε εγκατεστημένα συστήματα και αξιολόγηση εναλλακτικών σεναρίων αναβάθμισης - επανασχεδιασμού*

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ (1/3)

- **Ένταση φορτίου (traffic intensity)**

  Σε περίπτωση 1 ουράς, 1 εξυπηρετητή:

  {Μέσος ***Χρόνος εξυπηρέτησης***}/ {Μέσος ***Χρόνος μεταξύ αφίξεων***}

  $$\rho \triangleq \frac{\left(\frac{1}{\mu}\right)}{\left(\frac{1}{\lambda}\right)} = \lambda E(s) = \lambda/\mu \quad \text{(Erlangs)}$$

  Ένα ***Erlang*** αντιπροσωπεύει το φόρτο κυκλοφορίας που εξυπηρετείται από έναν εξυπηρετητή που ασχολείται το 100% του χρόνου (π.χ. 1 call-minute per minute). Ένας εξυπηρετητής ασχολείται για 30 λεπτά σε μια περίοδο μιας ώρας → μεταφέρει 0.5 Erlangs κυκλοφοριακή ένταση

- **Διεκπεραίωση πελατών – Ρυθμαπόδοση (Throughput)** γ πελάτες/sec

  Σε περίπτωση 1 ουράς, 1 εξυπηρετητή:

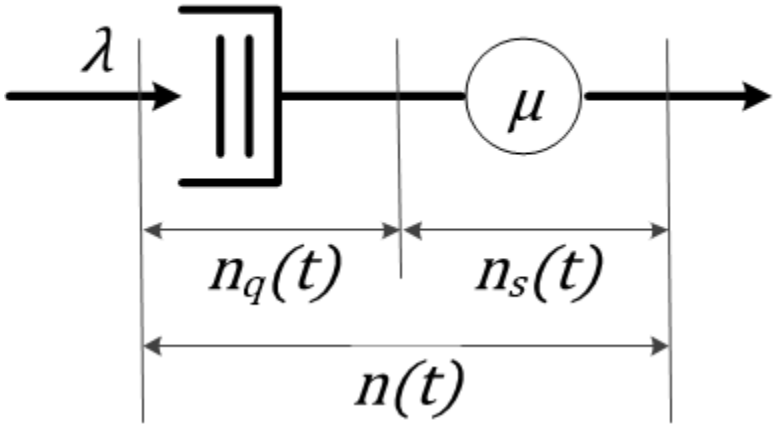
  $$\gamma = \lambda(1 - \mathrm{P}\{\text{blocking}\}) \leq \lambda, \qquad \gamma < \mu$$

  όπου $\mathrm{P}\{\text{blocking}\}$ είναι η πιθανότητα να χαθεί ένας πελάτης επειδή βρήκε το σύστημα πλήρες

  - σε τηλεφωνικά δίκτυα: βαθμός ποιότητας, **Grade of Service** - **GoS**
  - σε δίκτυα δεδομένων: μία παράμετρος ποιότητας υπηρεσίας, **Quality of Service** - **QoS**

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ (2/3)

$$\gamma = \lambda(1 - \mathrm{P}\{\text{blocking}\}) \leq \lambda, \quad \gamma < \mu$$



- **Μέσος ρυθμός απωλειών, ποσοστό απωλειών, πιθανότητα απώλειας πελάτη**
  - Σε περίπτωση 1 ουράς, 1 εξυπηρετητή

    Μέσος ρυθμός απωλειών: $\lambda - \gamma$

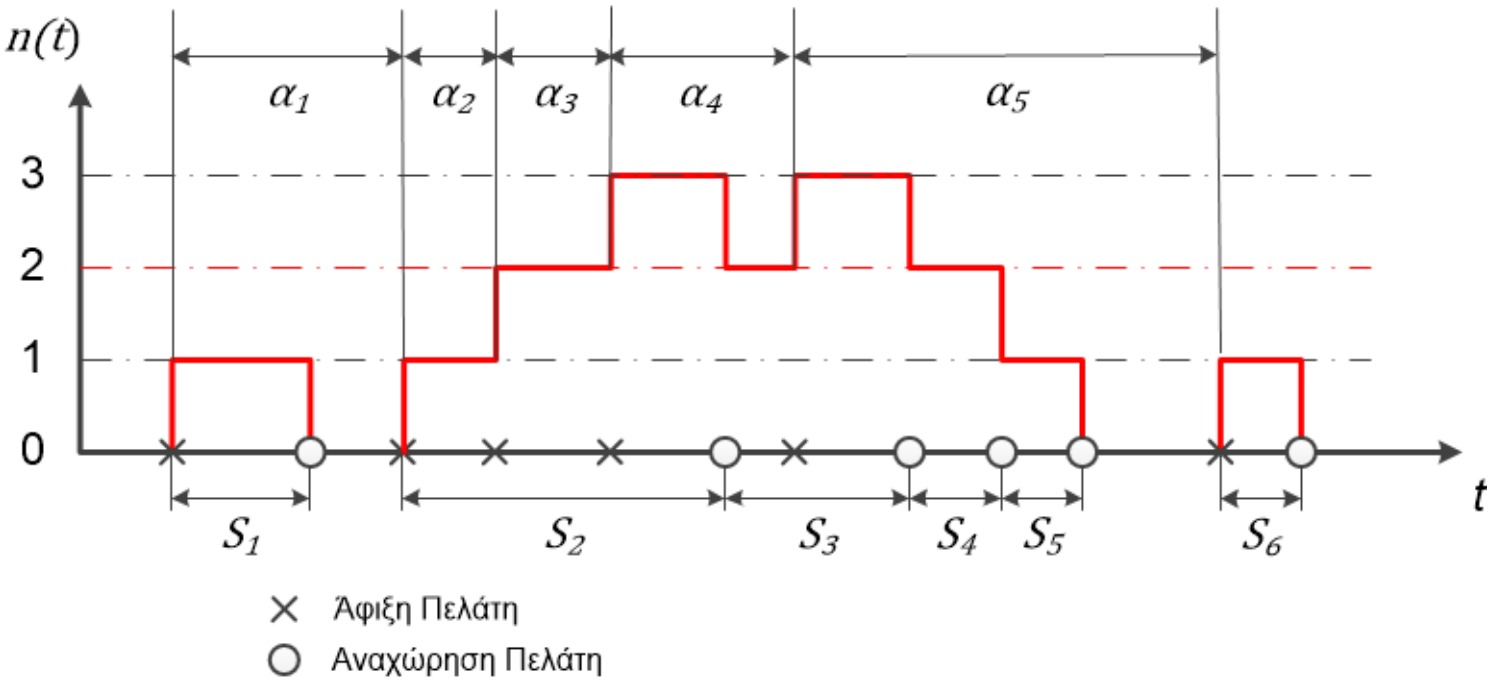
    Ποσοστό απωλειών: $\frac{\lambda - \gamma}{\lambda} = \mathrm{P}\{\text{blocking}\}$

- **Βαθμός χρησιμοποίησης εξυπηρετητή (server utilization)**
  - Σε περίπτωση 1 ουράς, 1 εξυπηρετητή

    $u \triangleq \gamma/\mu$

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ (3/3)

Εξέλιξη Αριθμού Πελατών στο Σύστημα



- **Αριθμός πελατών (κατάσταση)**

  $n(t)$, στοχαστική ανέλιξη – χρονοσειρά (stochastic process, time series)

- **Μέσος αριθμός πελατών** $\mathrm{E}\{n(t)\}$
- **Μέσος χρόνος καθυστέρησης (average time delay)**

  Μέσος χρόνος αναμονής (waiting time) + Μέσος χρόνος εξυπηρέτησης

$$\mathrm{E}(T) = \mathrm{E}(W) + \mathrm{E}(s)$$