

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΑΝΑΜΟΝΗΣ

Queuing Systems

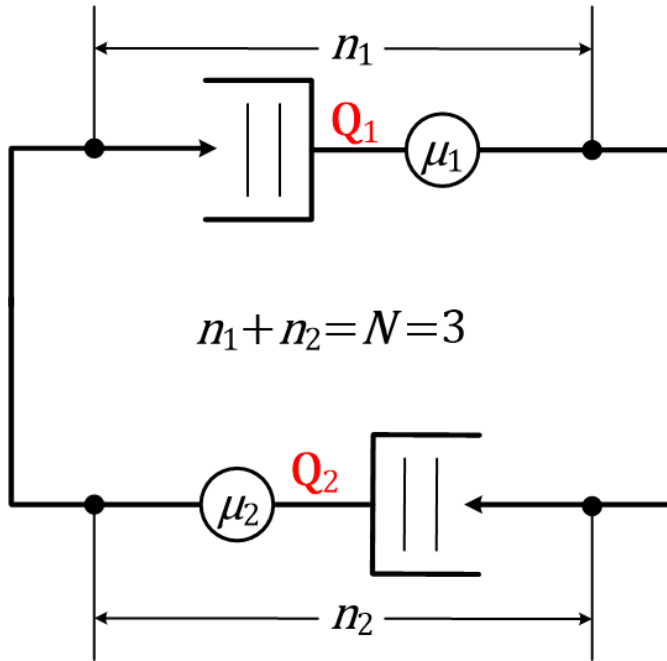
Κλειστά Δίκτυα Ουρών Markov
Θεώρημα Gordon – Newell
Αλγόριθμος Buzen

Βασίλης Μάγκλαρης
maglaris@netmode.ntua.gr

10/5/2017

ΚΛΕΙΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΔΥΟ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΟΥΡΩΝ

$M=2$ Ουρές, $N=3$ Περιφερόμενοι Πελάτες



$$n_1 + n_2 = N = 3, \quad \mu_1 / \mu_2 = \alpha$$

$$\mu_1 P(1,2) = \mu_2 P(0,3)$$

$$\mu_1 P(2,1) = \mu_2 P(1,2)$$

$$\mu_1 P(3,0) = \mu_2 P(2,1)$$

$$P(0,3) + P(1,2) + P(2,1) + P(3,0) = 1$$

$$P(0,3) = \alpha^3 / [1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3]$$

$$P(1,2) = \alpha^2 / [1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3]$$

$$P(2,1) = \alpha / [1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3]$$

$$P(3,0) = 1 / [1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3]$$

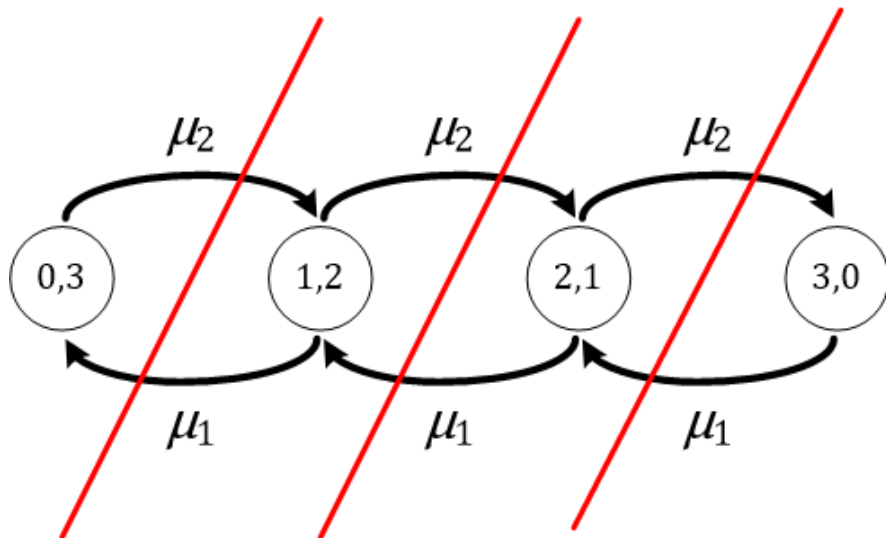
$$P(0,3)[1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3] / \alpha^3 = 1$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \mu_2 [1 - P(3,0)] = \mu_1 [1 - P(0,3)] = \\ &= \mu_2 [\alpha + \alpha^2 + \alpha^3] / [1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3] = \\ &= \mu_1 [1 + \alpha + \alpha^2] / [1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(n_1) &= P(1,2) + 2P(2,1) + 3P(3,0) = \\ &= [\alpha^2 + 2\alpha + 3] / [1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(n_2) &= P(2,1) + 2P(1,2) + 3P(0,3) = \\ &= [\alpha + 2\alpha^2 + 3\alpha^3] / [1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3] \end{aligned}$$

$$E(n_1) + E(n_2) = N = 3 \text{ πελάτες}$$



ΚΛΕΙΣΤΑ ΔΙΚΤΥΑ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΟΥΡΩΝ

ΘΕΩΡΗΜΑ GORDON-NEWELL

ΠΑΡΑΔΟΧΕΣ:

- Θεωρούμε κλειστό δίκτυο με N πελάτες και M υποσυστήματα εκθετικής εξυπηρέτησης (ουρές) $\sum_{i=1}^M n_i = N$
- Ανεξάρτητοι εκθετικοί εξυπηρετητές $i = 1, 2, \dots, M$ με ρυθμό μ_i , παραδοχή ανεξαρτησίας **Kleinrock**
- Τυχαία Δρομολόγηση από i σε j με πιθανότητα $p_{ij} = \text{Prob}\{i \rightarrow j\}$

Θεώρημα Gordon-Newell: Οι εργοδικές πιθανότητες της κατάστασης $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_M)$ έχουν μορφή γινομένου

$$P(n_1, n_2, \dots, n_M) = \frac{1}{G(N)} \prod_{i=1}^M (X_i)^{n_i}$$

Οι παράμετροι X_i είναι ανάλογες των βαθμών χρησιμοποίησης των ουρών i , κατ' αναλογία με τα $\rho_i = \lambda_i/\mu_i$ στα ανοικτά δίκτυα **Jackson**:

$$\mu_j X_j = \sum_{i=1}^M \mu_i X_i p_{ij}, \quad j = 1, \dots, N$$

Συνήθως ορίζουμε την τιμή της $X_1 = 1$ ώστε το ανωτέρω **γραμμικώς εξαρτημένο σύστημα εξισώσεων** να έχει μονοσήμαντη λύση

- Η σταθερά $G(N)$, προκύπτει από την εξίσωση **κανονικοποίησης** (άθροισμα εργοδικών πιθανοτήτων για όλες τις πιθανές απείρως επισκέψιμες καταστάσεις - positive recurrent states - ίσο με μονάδα)
- Η $G(N)$ αντιστοιχεί στη **Συνάρτηση Κερματισμού – Partition Function** της Στατιστικής Μηχανικής. Ο υπολογισμός της απαιτεί την καταγραφή όλων των καταστάσεων (n_1, n_2, \dots, n_M) συνδυασμών n_i που αθροίζουν σε N (στην γενικότητα του «δύσκολο» πρόβλημα). Στην περίπτωση μας λύνεται με τον αναδρομικό αλγόριθμο του **Buzen** (επόμενη διαφάνεια)
- Οι οριακές πιθανότητες (**Marginal Probabilities**) για το υποσύστημα (ουρά) i δίνονται από:

$$P(n_i = k) = \frac{X_i^k}{G(N)} [G(N - k) - X_i G(N - k - 1)]$$

- Ο βαθμός χρησιμοποίησης του εξυπηρετητή i δίνεται από $P(n_i \geq 1) = X_i G(N - 1)/G(N)$
- Ο μέσος αριθμός πελατών στην ουρά i (μαζί με τον εξυπηρετούμενο) δίνεται από: $E[n_i] = \sum_{k=1}^N X_i^k \frac{G(N-k)}{G(N)}$

ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΥΖΕΝ

Πολυπλοκότητα $O(N \times M)$

Αναδρομικός Υπολογισμός μέσω δισδιάστατου πίνακα $g(n, m)$, $n = 0, 1, \dots, N$ και $m = 0, 1, \dots, M$

$$g(n, m) = \sum_{n_1 + \dots + n_m = n} \prod_{i=1}^m (X_i)^{n_i}$$
$$= \sum_{\substack{n \\ (n_1 + \dots + n_m = n) \wedge (n_m = 0)}} \prod_{i=1}^m (X_i)^{n_i} + \sum_{\substack{n \\ (n_1 + \dots + n_m = n) \wedge (n_m > 0)}} \prod_{i=1}^m (X_i)^{n_i}$$

$$g(n, m) = g(n, m - 1) + X_m g(n - 1, m)$$

Αρχικές συνθήκες αναδρομικού αλγορίθμου:

$$g(0, m) = 1, \quad m = 1, \dots, M$$

$$g(n, 1) = (X_1)^n, \quad n = 0, \dots, N$$

Αν ορίσουμε $X_1 = 1$ τότε $g(n, 1) = 1$

Η συνάρτηση κερματισμού (**Partition Function**) για κλειστό δίκτυο με M ουρές και n πελάτες ($n = 0, \dots, N$) δίνεται από την τελευταία στήλη του πίνακα $g(n, m)$:

$$G(n) = g(n, M), \quad n = 1, 2, \dots, N \quad \text{και} \quad G(N) = g(N, M)$$

$$E[n_i] = \sum_{k=1}^N X_i^k \frac{G(N-k)}{G(N)}, \quad P(n_i \geq 1) = X_i G(N-1) / G(N)$$

Για τον υπολογισμό των N στοιχείων της στήλης M του πίνακα $g(n, m)$ απαιτούνται $N \times M$ προσθέσεις και $N \times M$ πολλαπλασιασμοί: Πολυπλοκότητα $O(N \times M)$

ΚΛΕΙΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΔΥΟ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΟΥΡΩΝ

Θεώρημα Gordon-Newell για $M = 2$ Ουρές, $N = 3$ Πελάτες

$$X_1 \mu_1 = X_2 \mu_2$$

$$X_1 = 1, X_2 = \mu_1 / \mu_2 = \alpha$$

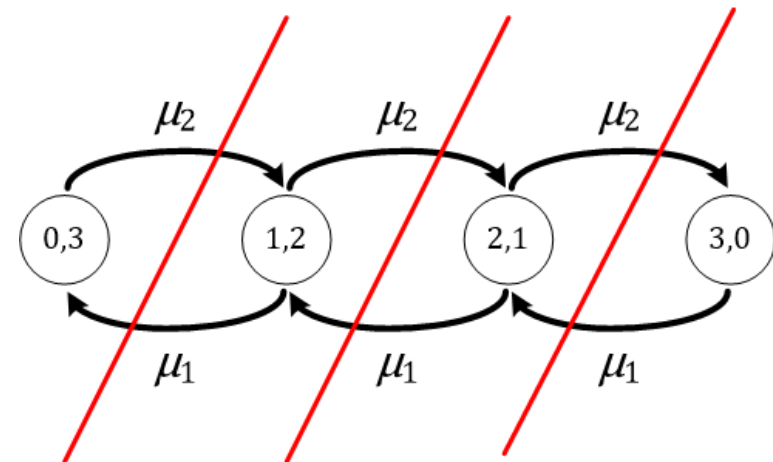
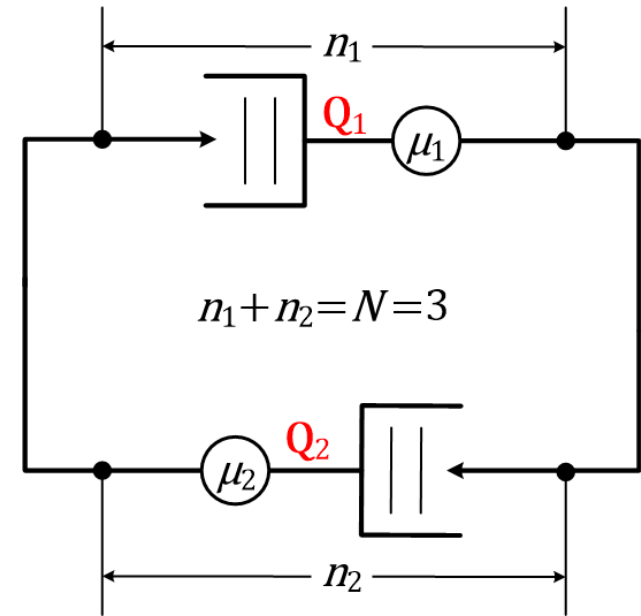
- $P(0,3) = X_2^3 / G(3) = \alpha^3 / G(3)$
- $P(1,2) = X_2^2 / G(3) = \alpha^2 / G(3)$
- $P(2,1) = X_2 / G(3) = \alpha / G(3)$
- $P(3,0) = 1 / G(3)$
- $1 / G(3) + \alpha / G(3) + \alpha^2 / G(3) + \alpha^3 / G(3) = 1$

$$\text{Άρα: } G(3) = 1 / (1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3)$$

$$\gamma = \mu_2 [1 - P(3,0)] = \mu_2 [1 - 1 / G(3)]$$

$$E(T_j) = E(n_j) / \gamma$$

- $E(n_1) = P(1,2) + 2P(2,1) + 3P(3,0) = \frac{[a^2 + 2a + 3]}{G(3)}$
- $E(n_2) = P(2,1) + 2P(1,2) + 3P(0,3) = \frac{[a + 2a^2 + 3a^3]}{G(3)}$
- $E(n_1) + E(n_2) = N = 3$



ΚΛΕΙΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΔΥΟ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΟΥΡΩΝ

Αλγόριθμος Buzen για $M = 2$ Ουρές, $N = 3$ Πελάτες

Με βάση τον αναδρομικό αλγόριθμο του **Buzen**

και $X_1 = 1, X_2 = \mu_1/\mu_2 = a$ ισχύει ότι:

$$g(n, m) = g(n, m - 1) + X_m g(n - 1, m)$$

$$G(N) = g(N, M)$$

Προκύπτει :

$$G(1) = 1 + a$$

$$G(2) = 1 + a + a^2$$

$$G(3) = 1 + a + a^2 + a^3$$

Πίνακας Τιμών $g(n, m)$

n	X_1	X_2
0	1	1
1	1	$1 + a$
2	1	$1 + a + a^2$
3	1	$1 + a + a^2 + a^3$

Η χρησιμοποίηση της ουράς Q_1 είναι

$$P(n_i \geq 1) = P(1,2) + P(2,1) + P(3,0) = 1 - P(0,3) = X_i G(N - 1) / G(N) = X_1 G(2) / G(3) = \\ = \frac{1+a+a^2}{1+a+a^2+a^3} \quad (\text{όπως και στη 2}^\eta \text{ διαφάνεια})$$

Επίσης:

$$P(0,3) = a^3 / G(3)$$

$$P(1,2) = a^2 / G(3)$$

$$P(2,1) = a / G(3)$$

$$P(3,0) = 1 / G(3)$$

$$E[n_i] = \sum_{k=1}^N X_i^k \frac{G(N - k)}{G(N)}$$

$$E(n_1) = \sum_{k=1}^3 \frac{G(3 - k)}{G(3)} = \frac{a^2 + 2a + 3}{1 + a + a^2 + a^3}$$

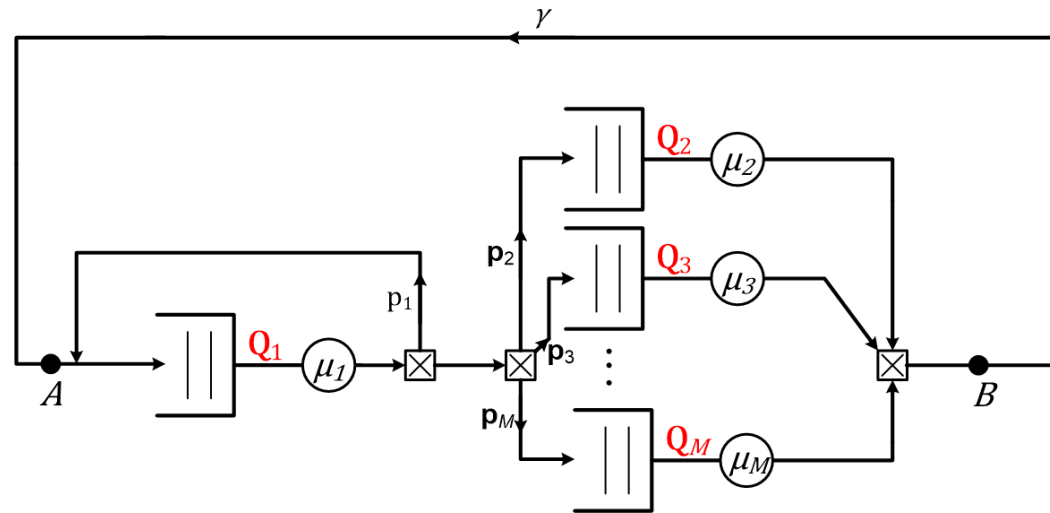
$$E(n_2) = \sum_{k=1}^3 X_2^k \frac{G(N - k)}{G(N)} = 3 - E(n_1) = \frac{a + 2a^2 + 3a^3}{1 + a + a^2 + a^3}$$

ΚΛΕΙΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΟΥΡΩΝ (1/2)

Βασισμένο στο Παράδειγμα του *Jeffrey Buzen*, "Computational Algorithms for Closed Queuing Networks with Exponential Servers", Communications of the ACM 16 (9), Sept. 1973

Κλειστό δίκτυο M εκθετικών ουρών Q_1 (CPU), Q_2, \dots, Q_M (I/O)

Παράλληλη Επεξεργασία N προγραμμάτων (εντολών) με ανακύκλωση στη CPU (πιθανότητα p_1), επιλογή υποσυστήματος I/O (με πιθανότητες p_2, p_3, \dots, p_M) και απάντηση - δημιουργία νέας εντολής (εξωτερική ανάδραση).



Εφαρμογή Αλγορίθμου *Buzen* για $N = 1, 2, 3, 4$ πελάτες (παράλληλα προγράμματα) και $M = 3$ ουρές Q_1, Q_2, Q_3

$$\mu_1 X_1 = p_1 \mu_1 X_1 + \mu_2 X_2 + \mu_3 X_3$$

$$\mu_2 X_2 = p_2 \mu_1 X_1$$

$$\mu_3 X_3 = p_3 \mu_1 X_1$$

Με $\mu_1 = \frac{1}{28} \text{msec}^{-1}$, $\mu_2 = \frac{1}{40} \text{msec}^{-1}$, $\mu_3 = \frac{1}{280} \text{msec}^{-1}$ και $X_1 = 1$

προκύπτει πως $X_2 = 1$, $X_3 = 2$

Ο αναδρομικός τύπος $g(n, m) = g(n, m - 1) + X_m g(n - 1, m)$ δίνει τον πίνακα δεξιά

Οι σταθερές $G(N) = g(N, 3)$ αντιστοιχούν σε $N = 1, 2, 3, 4$ προγράμματα
 $G(1) = 4$, $G(2) = 11$, $G(3) = 26$, $G(4) = 57$

Πίνακας Τιμών $g(n, m)$

n	X_1	X_2	X_3
0	1	1	1
1	1	2	4
2	1	3	11
3	1	4	26
4	1	5	57

ΚΛΕΙΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ ΕΚΘΕΤΙΚΩΝ ΟΥΡΩΝ (2/2)

Βασισμένο στο Παράδειγμα του *Jeffrey Buzen*, "Computational Algorithms for Closed Queuing Networks with Exponential Servers", *Communications of the ACM* 16 (9), Sept. 1973

Οι αντίστοιχοι βαθμοί
χρησιμοποίησης U_1 της CPU (Q_1)
 $G(N)/G(N-1)$ είναι:

N	1	2	3	4
U_1	1/4	4/11	11/26	26/57

Η ρυθμαπόδοση του συστήματος είναι

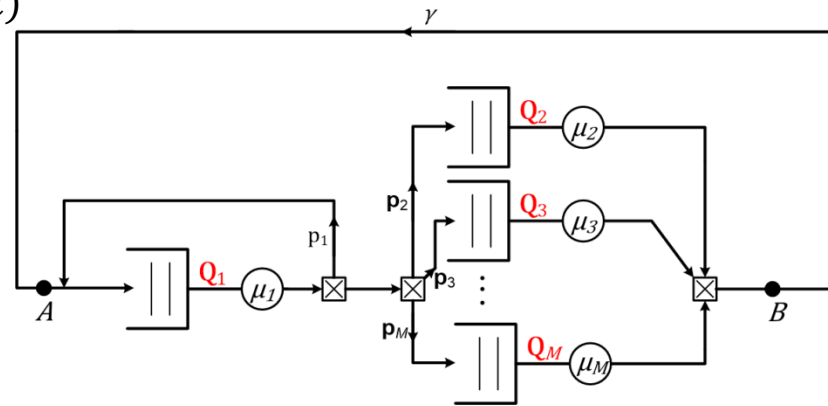
$$\begin{aligned} \gamma &= \mu_2 p(n_2 \geq 1) + \mu_3 p(n_3 \geq 1) \\ &= \mu_2 X_2 G(N-1)/G(N) + \mu_3 X_3 G(N-1)/G(N) \\ &= (\mu_2 X_2 + \mu_3 X_3) G(N-1)/G(N) \end{aligned}$$

Οι αντίστοιχες τιμές σε προγράμματα/sec είναι:

N	1	2	3	4
γ	8.04	11.69	13	14.66

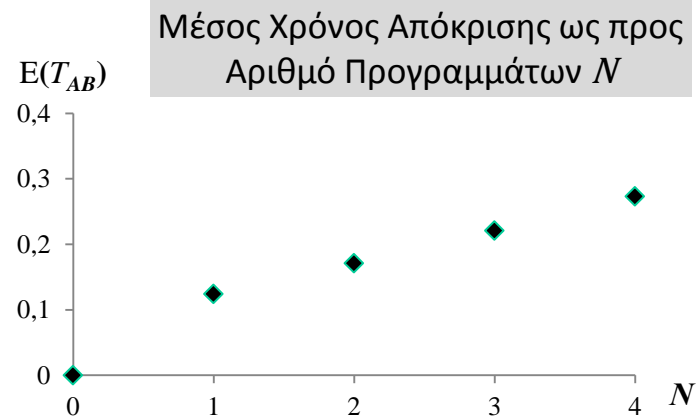
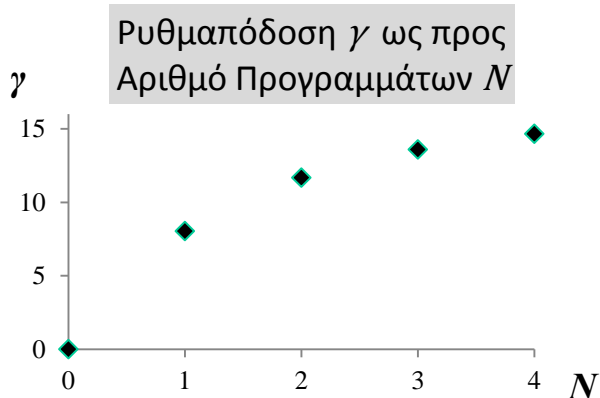
Πίνακας Τιμών $g(n, m)$

n	X_1	X_2	X_3
0	1	1	1
1	1	2	4
2	1	3	11
3	1	4	26
4	1	5	57



Ο μέσος χρόνος απόκρισης είναι $E(T_{AB}) = N/\gamma$
Οι αντίστοιχες τιμές σε sec είναι:

N	1	2	3	4
$E(T_{AB})$	0.124	0.171	0.221	0.273



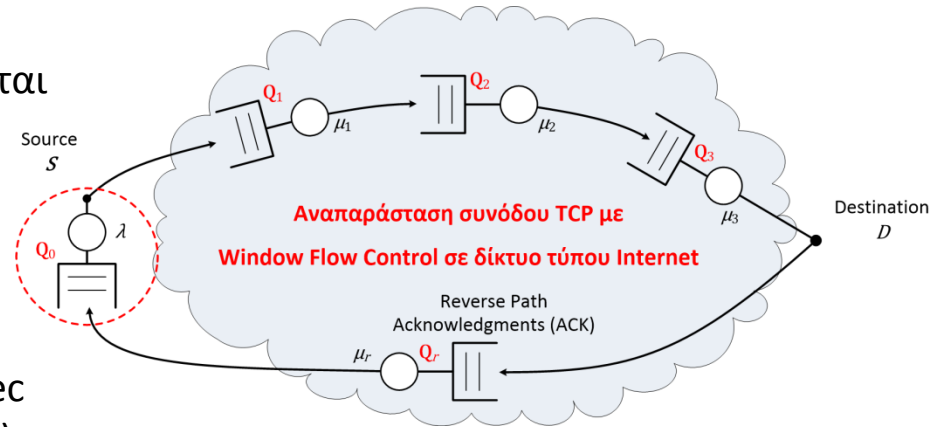
ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (1/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου W

Αναπάρασταση Μηχανισμού Ελέγχου Ροής Παραθύρου (**Window Flow Control**) μέσω Κλειστού Δικτύου M ανεξαρτήτων εκθετικών ουρών και W πελατών. Η μορφή των πελατών εναλλάσσεται ανάμεσα σε πακέτα δεδομένων, μηνύματα επιβεβαίωσης – acknowledgments και άδειες εκπομπής – tokens

Το κλειστό δίκτυο του παραδείγματος αποτελείται από $M = 5$ υποσυστήματα:

- Q_0 : Αποθηκεύει τα Tokens στην πηγή (Source) με τον μηχανισμό Window Flow Control και αποστέλλει στον προορισμό (Destination) νέα πακέτα ανά χρονικά διαστήματα μέσης τιμής $1/\lambda$ sec (μοντέλο δημιουργίας κίνησης λ πακέτα/sec)
- Q_1, Q_2, Q_3 : Ενδιάμεσοι δικτυακοί κόμβοι μεταγωγής πακέτου με μέσους εκθετικούς ρυθμούς μ_1, μ_2, μ_3 πακέτα/sec
- Q_r : Ισοδύναμο μοντέλο καθυστέρησης για την δημιουργία και μεταβίβαση μηνυμάτων επιβεβαίωσης – ACK σαν ανεξάρτητη ουρά με μέσο εκθετικό ρυθμό μ_r πακέτα/sec (θεωρούμε κατά προσέγγιση $1/\mu_r \cong 1/\mu_1 + 1/\mu_2 + 1/\mu_3$ sec)

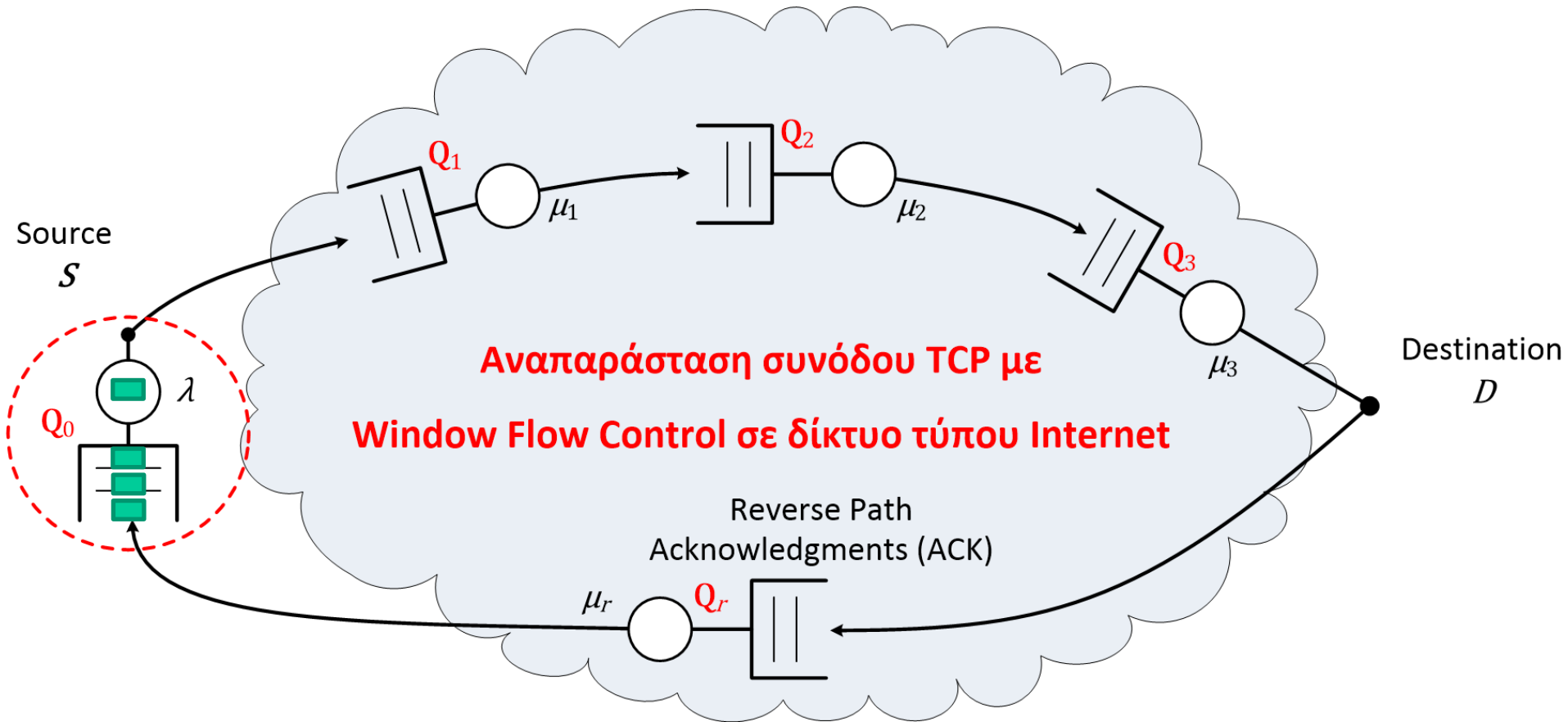


Στο κλειστό δίκτυο υπάρχουν ανά πάσα στιγμή $W \leq 8$ πελάτες που αντιστοιχούν στο μέγεθος παραθύρου – Window Size: $W = n_0 + n_1 + n_2 + n_3 + n_r$

Θεωρούμε πως ισχύουν οι παραδοχές για μορφή γινομένου του θεωρήματος **Gordon – Newell** και εφαρμόζουμε τον Αλγόριθμο του **Buzen** για $W = 1, \dots, 8$ πελάτες που κυκλοφορούν σε $M = 5$ ουρές, ως προς την ρυθμαπόδοση γ και την μέση καθυστέρηση πακέτου από άκρο σε άκρο (S σε D) στο δίκτυο $E(T_{S,D}) = [E(n_1) + E(n_2) + E(n_3)]/\gamma$

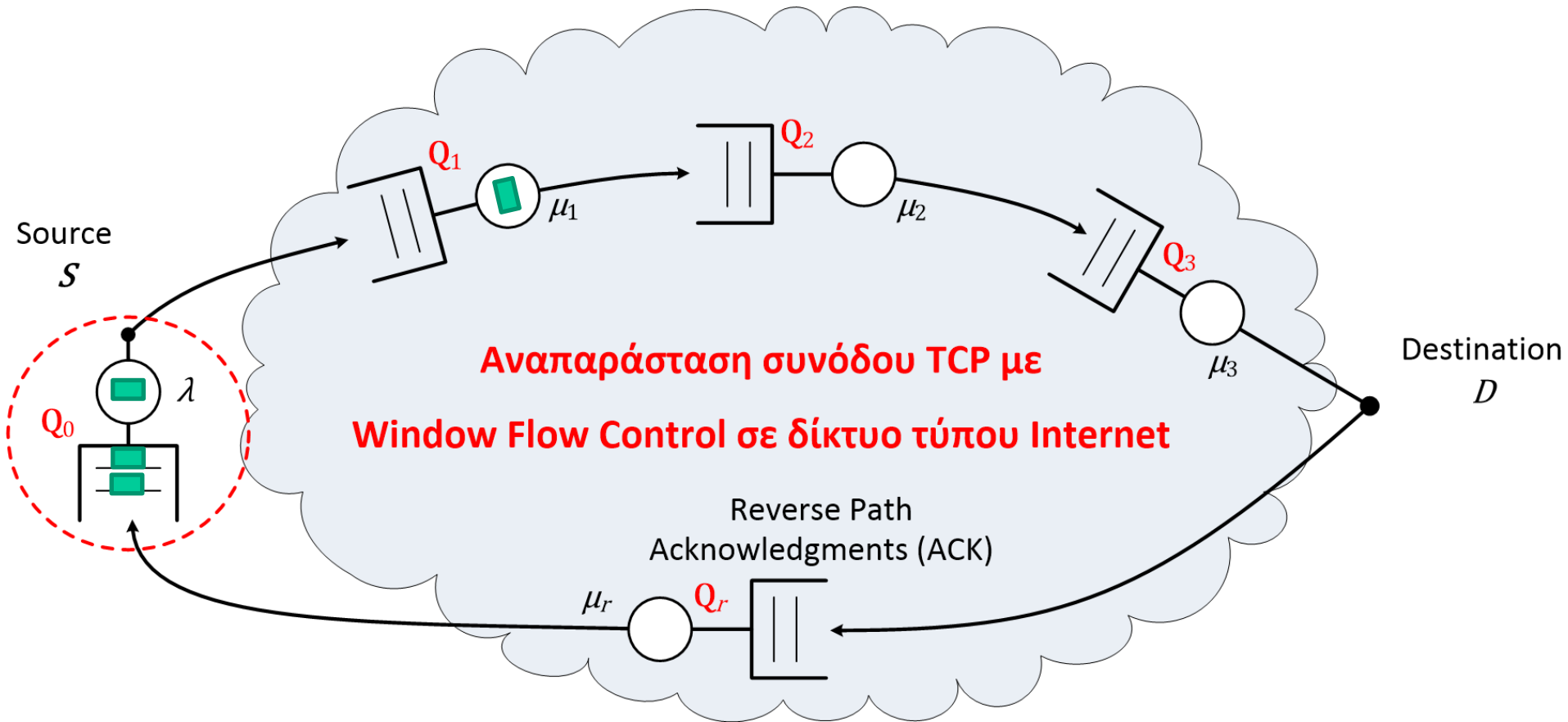
ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (2/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W=4$



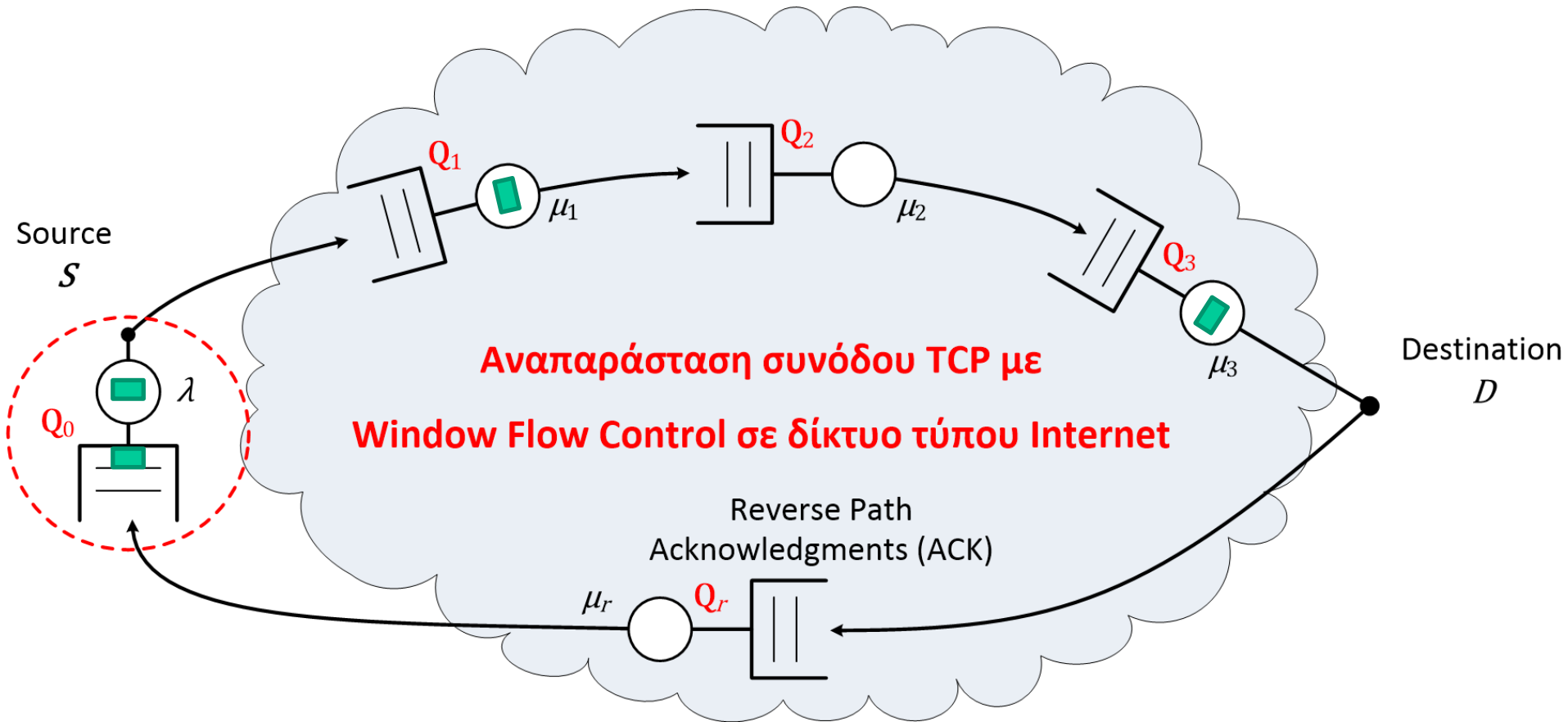
ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (3/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W=4$



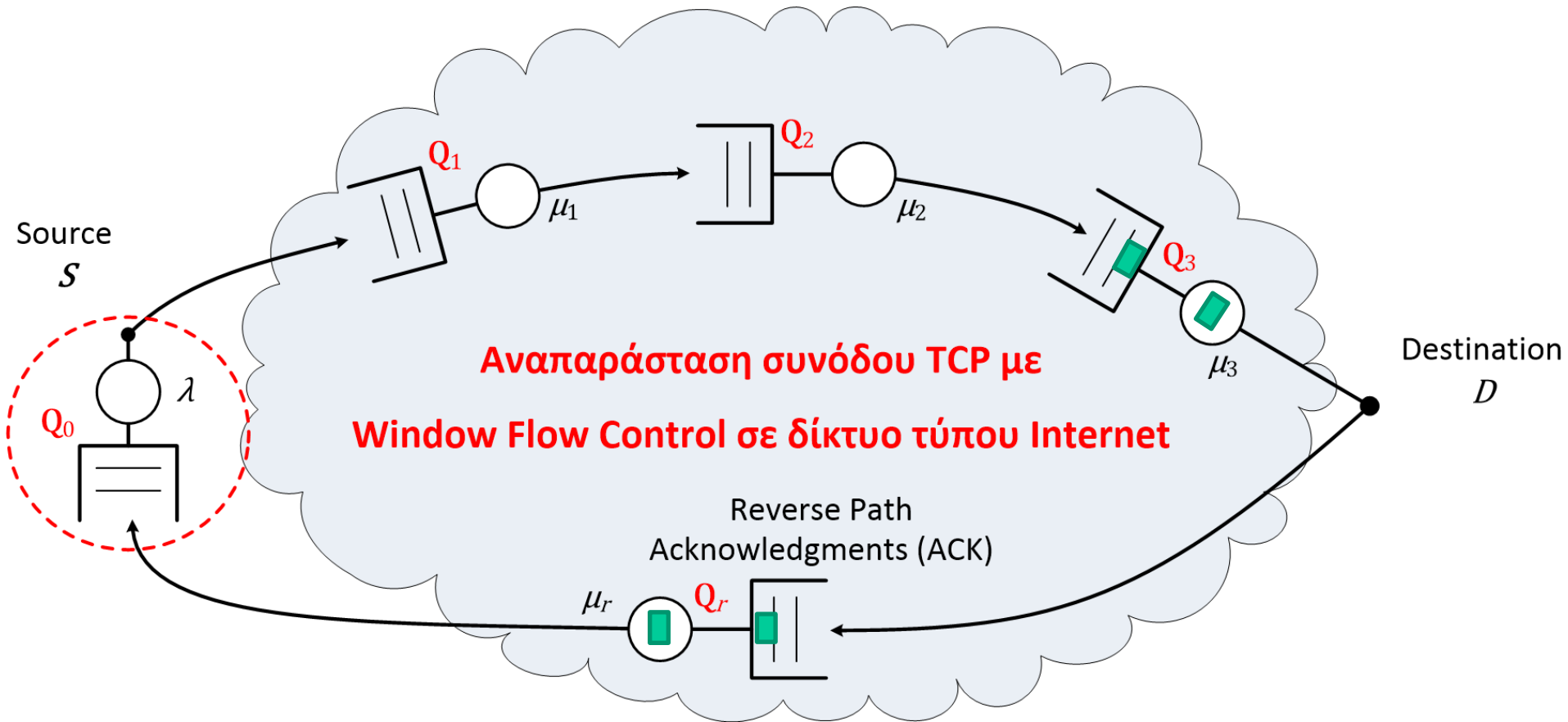
ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (4/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W=4$



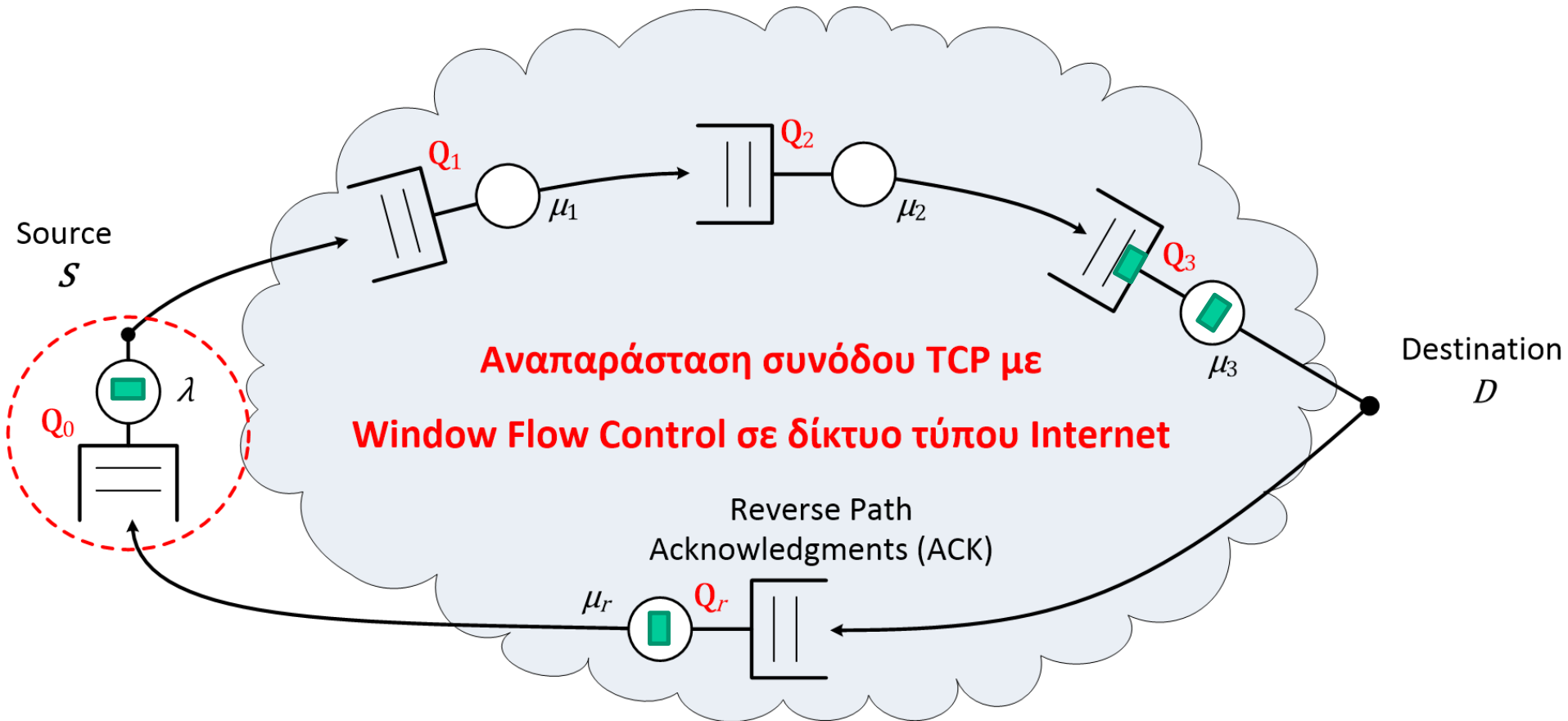
ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (5/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W=4$



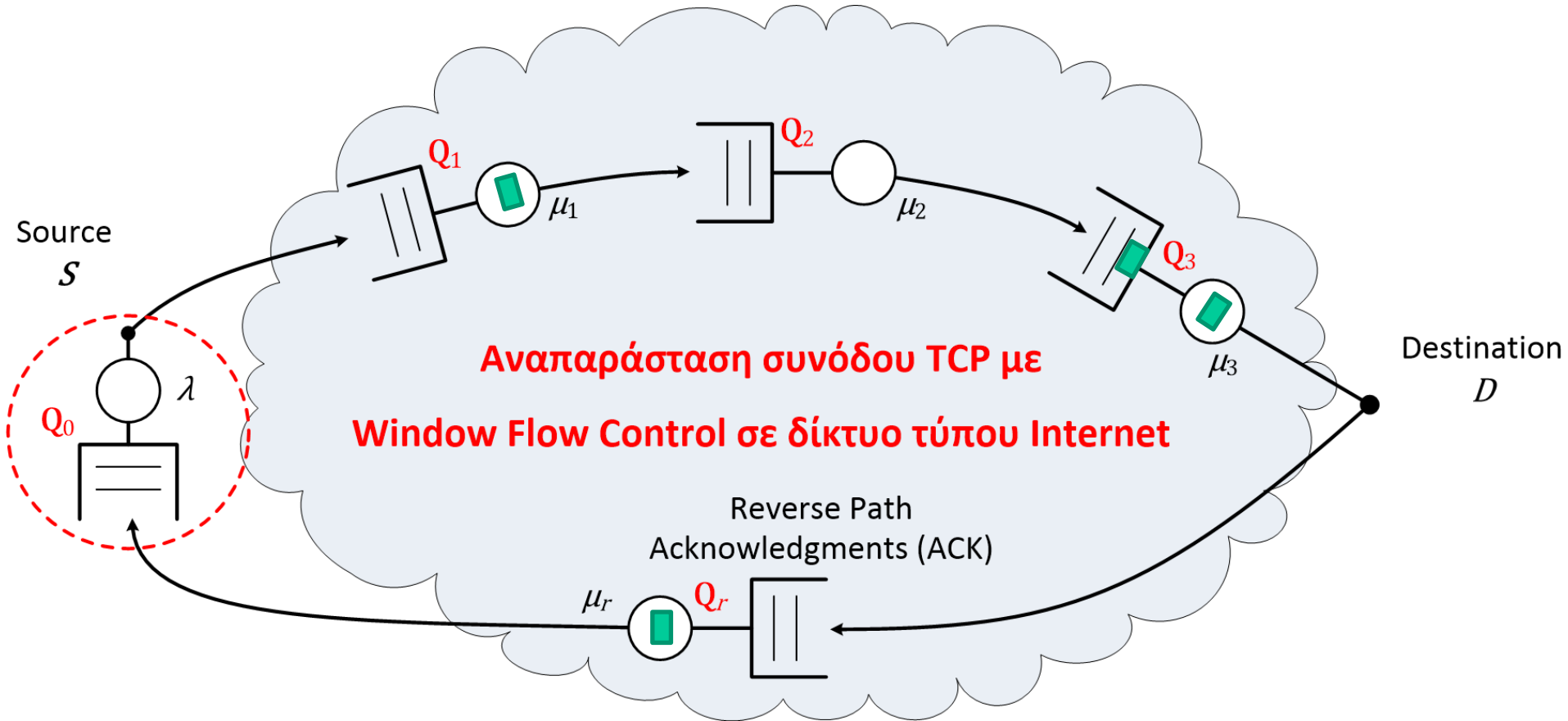
ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (6/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W=4$



ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (7/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W=4$



ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (8/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W = 1, \dots, 8$

Υποθέτουμε πως $\lambda = 1$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 2$ πελάτες/sec
 $\frac{1}{\mu_r} = \frac{1}{\mu_1} + \frac{1}{\mu_2} + \frac{1}{\mu_3} = \frac{3}{2}$ sec ή $\mu_r = 2/3$ πελάτες/sec

Με $X_0 = 1$ έχουμε:

$$\lambda X_0 = \mu_1 X_1 = \mu_2 X_2 = \mu_3 X_3 = \mu_r X_r$$

Άρα: $X_1 = X_2 = X_3 = 0.5$, $X_r = 3/2$

Ο αναδρομικός τύπος $g(n, m) = g(n, m - 1) + X_m g(n - 1, m)$
 δίνει τον πίνακα δεξιά

Οι σταθερές $G(W) = g(W, 5)$ αντιστοιχούν σε $W = 1, \dots, 8$

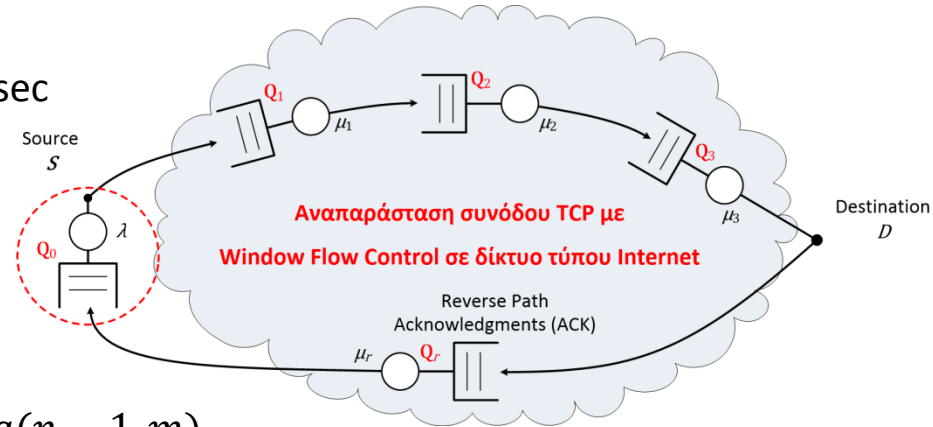
Η ρυθμαπόδοση του συστήματος γ σε πακέτα/sec είναι:

$$\gamma = \mu_1 p(n_1 \geq 1) = \mu_1 X_1 G(W - 1) / G(W)$$

Η μέση καθυστέρηση πακέτων σε sec από το S στο D είναι

$$E(T_{SD}) = [E(n_1) + E(n_2) + E(n_3)] / \gamma, \text{ όπου}$$

$$E[n_i] = \sum_{k=1}^N X_i^k \frac{G(N - k)}{G(N)}$$



Πίνακας Τιμών $g(n, m)$

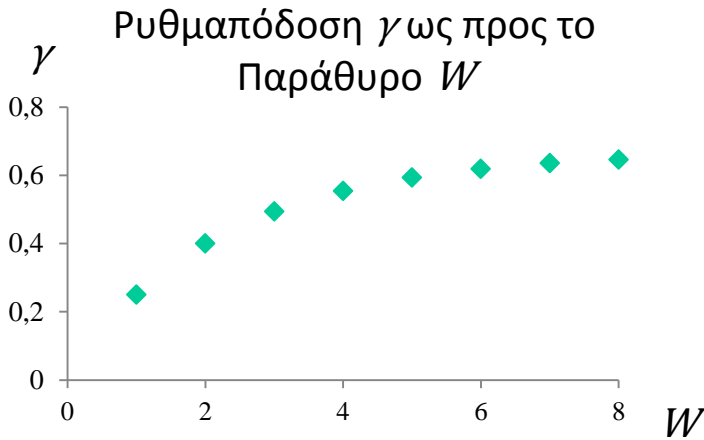
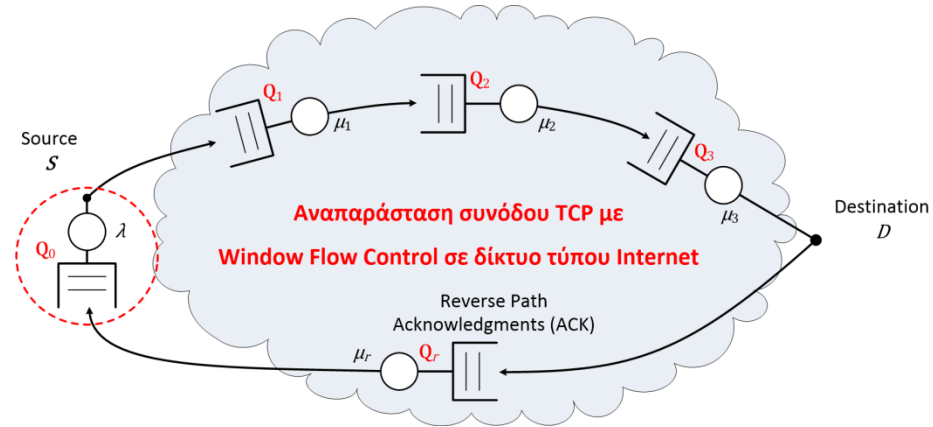
W	X_1	X_2	X_3	X_4	X_r
0	1	1	1	1	1
1	1	1.5	2	2.5	4
2	1	1.75	2.75	4	10
3	1	1.88	3.25	5.25	20.25
4	1	1.94	3.56	6.19	36.56
5	1	1.97	3.75	6.84	61.69
6	1	1.98	3.86	7.28	99.81
7	1	1.99	3.92	7.56	157.28
8	1	1.99	3.96	7.74	243.66

ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (9/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W = 1, \dots, 8$

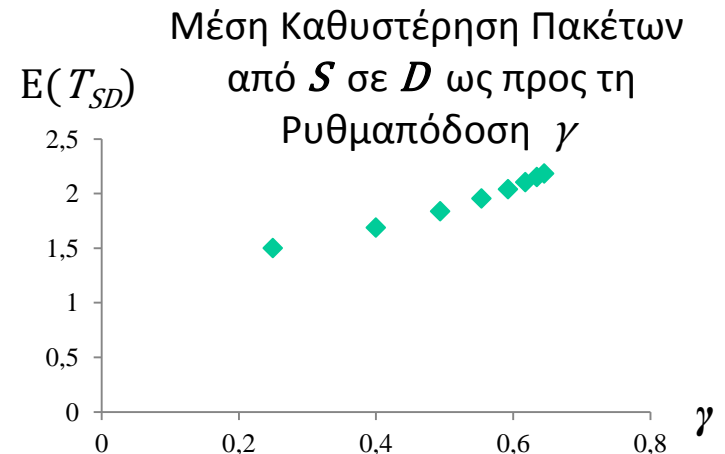
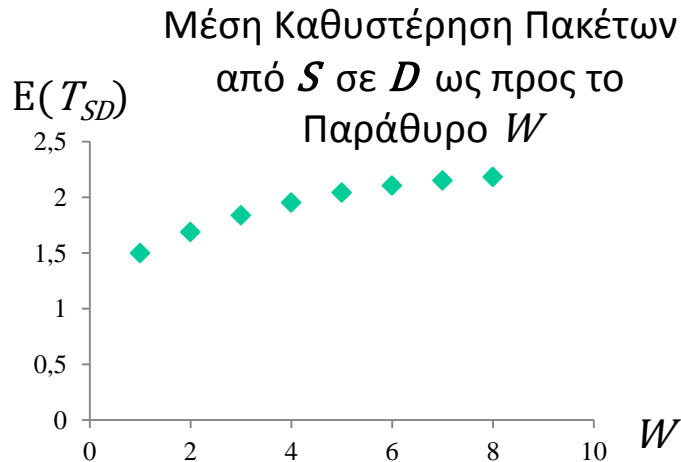
Ρυθμαπόδοση του συστήματος, $\gamma = \mu_1 p(n_1 \geq 1)$:

W	1	2	3	4	5	6	7	8
γ	0.25	0.4	0.49	0.55	0.59	0.62	0.63	0.65



Μέση καθυστέρηση πακέτου από το S στο D , $E(T_{SD})$:

W	1	2	3	4	5	6	7	8
$E(T_{SD})$	1.5	1.69	1.84	1.95	2.04	2.1	2.15	2.18



ΕΛΕΓΧΟΣ ΡΟΗΣ ΑΠΟ ΑΚΡΟ ΣΕ ΑΚΡΟ ΣΤΟ INTERNET (10/10)

End-to-End Window Flow Control TCP Session, Μέγεθος Παραθύρου $W = 1, \dots, 8$

Σενάριο Συμφόρησης

Υποθέτουμε πως $\lambda = 1$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 1/2$ πελάτες/sec

$1/\mu_r = 1/\mu_1 + 1/\mu_2 + 1/\mu_3 = 6$ sec ή $\mu_r = 1/6$

(ανεπαρκείς ταχύτητες γραμμών \Rightarrow **συμφόρηση**)

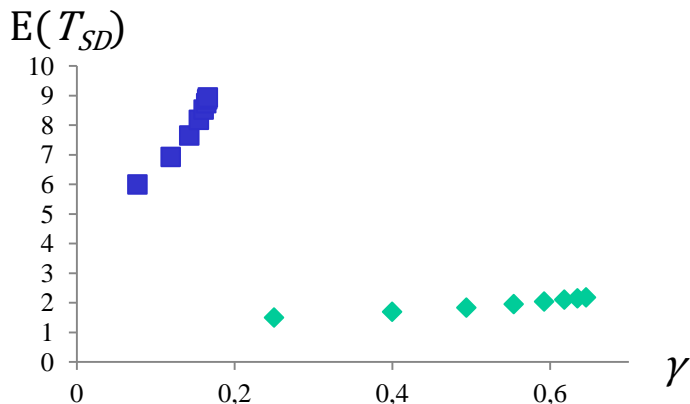
Έχουμε $X_0 = 1$, $X_1 = X_2 = X_3 = 2$, $X_r = 6$

Η ρυθμαπόδοση του συστήματος γ είναι:

W	1	2	3	4	5	6	7	8
γ	0.077	0.119	0.142	0.155	0.161	0.164	0.165	0.166

Η μέση καθυστέρηση πακέτων $E(T_{SD})$ είναι:

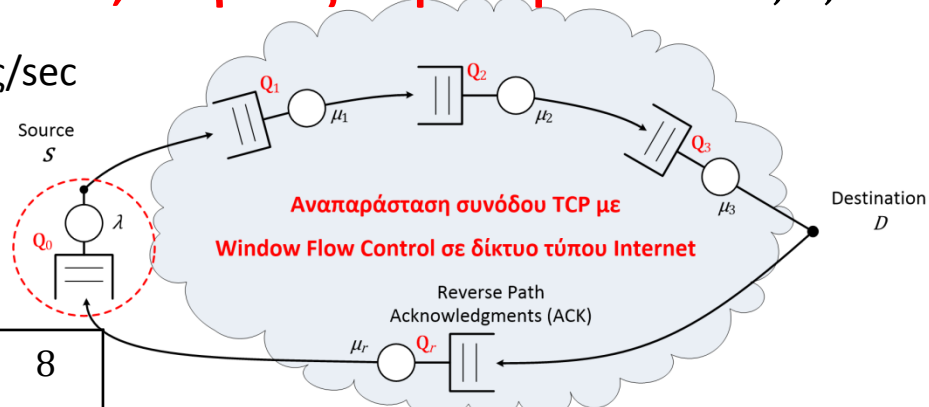
W	1	2	3	4	5	6	7	8
$E(T_{SD})$	6	6.92	7.65	8.18	8.53	8.75	8.87	8.94



Σύγκριση Επίδοσης Σεναρίων για Αυξανόμενες τιμές του W

■ Συμφόρηση στο Δίκτυο ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0.5, \lambda = 1$)

◆ Δίκτυο με καλή επίδοση ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 2, \lambda = 1$)



Πίνακας Τιμών $g(n, m)$

W	X_0	X_1	X_2	X_3	X_r
0	1	1	1	1	1
1	1	3	5	7	13
2	1	7	17	31	109
3	1	15	49	111	765
4	1	31	129	351	4941
5	1	63	321	1023	30669
6	1	127	769	2815	186829
7	1	255	1793	7423	1128397
8	1	511	4097	18943	6789325

Στην περίπτωση συμφόρησης, ανεκτή καθυστέρηση απαιτεί μικρές τιμές του W με σημαντικούς περιορισμούς ωφέλιμης ρυθμαπόδοσης